

1. Представьте сумму $2 \cdot 16^n + 2^n \cdot 8^n + 4^{2n}$, где $n \in \mathbb{N}$, в виде степени с основанием 2.
2. Представьте сумму $9^{3m} + 9^m \cdot 81^m + 27^{2m}$, где $m \in \mathbb{N}$, в виде степени с основанием 3.
3. В треугольнике CDE известно, что $CD = 8$ см, $DE = 10$ см, $CE = 12$ см, DK — биссектриса треугольника CDE . Найдите длину отрезка DK .
4. В треугольнике CDE известно, что $CD = 12$ см, $DE = 15$ см, $CE = 18$ см, DK — биссектриса треугольника CDE . Найдите длину отрезка DK .
5. Решите дробно-рациональное уравнение $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+6} = \frac{9}{x^2+3x-18}$.
6. Решите дробно-рациональное уравнение $\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+7} = \frac{11}{x^2+3x-28}$.
7. Докажите, что значение выражения $\frac{6}{1-\sqrt{7}} - \frac{2}{\sqrt{7}+3}$ является целым числом.
8. Докажите, что значение выражения $\frac{9}{2-\sqrt{13}} - \frac{3}{4+\sqrt{13}}$ является целым числом.
9. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 18 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились через 2 ч. После встречи они, не останавливаясь, продолжили движение каждый в своем направлении. Найдите скорость каждого пешехода, если один из них прибыл в пункт В на 54 мин раньше, чем другой в пункт А.
10. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Одновременно с ним из пункта В навстречу велосипедисту вышел пешеход, и они встретились через 1 ч. После встречи они, не останавливаясь, продолжили движение каждый в своем направлении. Найдите скорость велосипедиста и пешехода, если известно, что велосипедист прибыл в пункт В на 2 ч 40 мин раньше, чем пешеход в пункт А, а расстояние между этими пунктами составляет 16 км.
11. Сократите дробь $\frac{2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} - \sqrt{10}}{\sqrt{10} + \sqrt{2} - 2}$.
12. Сократите дробь $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - 2}$.
13. Сколько граммов 4%-го и сколько граммов 10%-го растворов соли надо взять, чтобы получить 180 г 6%-го раствора?
14. Один сплав содержит 20 % меди, а другой сплав — 50 % меди. Сколько килограммов 20%-го и сколько килограммов 50%-го сплавов меди надо взять, чтобы получить 30 кг 30%-го сплава?
15. Из пункта А вышел пешеход, а через 1 ч 40 мин после этого в том же направлении выехал велосипедист, который догнал пешехода на расстоянии 12 км от А. Найдите скорости пешехода и велосипедиста, если за 2 ч пешеход проходит на 1 км меньше, чем велосипедист проезжает за 1 ч.
16. Из пункта А выехал велосипедист, а через 45 мин после этого в том же направлении выехал грузовик, который догнал велосипедиста на расстоянии 15 км от А. Найдите скорости велосипедиста и грузовика, если за 2 ч грузовик проезжает на 48 км больше, чем велосипедист за 1 ч.

17. В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 12 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найдите площадь трапеции.

18. В прямоугольной трапеции большее основание равно 24 см, радиус вписанной окружности равен 6 см. Найдите площадь трапеции.

19. Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 5 дней. Первая бригада может самостоятельно справиться с этой работой на 24 дня быстрее второй. Найдите, за сколько дней сможет выполнить эту работу первая бригада, если будет работать одна.

20. Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 8 дней. Первая бригада может самостоятельно справиться с этой работой на 30 дней быстрее второй. Найдите, за сколько дней сможет выполнить эту работу первая бригада, если будет работать одна.

21. Диагональ ромба делит его высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки длиной 10 см и 6 см. Найдите периметр ромба.

22. Диагональ ромба делит его высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки длиной 25 см и 15 см. Найдите периметр ромба.

23. Товар стоил 100 р. После того как цена была снижена дважды, он стал стоить 59 руб. 50 коп. При этом процент снижения во второй раз был в 2 раза больше, чем в первый. На сколько процентов снизилась цена товара в первый раз?

24. Товар стоил 100 р. После того как цена была снижена дважды, он стал стоить 85 руб. 50 коп. При этом процент снижения во второй раз был в 2 раза больше, чем в первый. На сколько процентов снизилась цена товара в первый раз?

25. Сосна на 25% выше ели. Если каждое дерево подрастет на 1,8 м, то сосна будет на 10% выше ели. Найдите первоначальную высоту ели.

26. Сосна на 25% выше ели. Если каждое дерево подрастет на 2,1 м, то сосна будет на 10% выше ели. Найдите первоначальную высоту ели.

27. Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 7.

28. Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 19 дают в остатке 6.

29. В параллелограмме $ABCD$ высота BD равна 10 см, $AC = 26$ см. На прямой AD взята точка P . Найдите площадь треугольника PBC .

30. В параллелограмме $ABCD$ высота BD равна 12 см, $AC = 20$ см. На прямой AD взята точка K . Найдите площадь треугольника KBC .

31. Двум бригадам было поручено высадить декоративные кусты для украшения города. Первая бригада высадила 120 кустов, а вторая — 144 куста. Первая бригада высаживала на 4 куста в час больше, чем вторая, и работала на 3 ч меньше второй. Найдите, сколько декоративных кустов высаживала каждая бригада за 1 ч.

32. Двум работникам было поручено высадить цветочную рассаду для украшения парка. Первый работник посадил 360 кустов рассады, а второй — 480 кустов. Первый работник высаживал на 10 кустов в час меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше второго. Найдите, сколько кустов рассады высаживал каждый работник за 1 ч.

33. Отрезок CM является биссектрисой треугольника ABC . Известно, что $S_{ACM} = 2 \text{ см}^2$, а $S_{CBM} = 2\sqrt{7} \text{ см}^2$. Найдите длину отрезка BC , если отрезок $AC = \sqrt{7} \text{ см}$.

34. Отрезок BL является биссектрисой треугольника ABC . Известно, что $S_{ABL} = 3\sqrt{5} \text{ см}^2$, а $S_{CBL} = 3 \text{ см}^2$. Найдите длину отрезка AB , если отрезок $BC = \sqrt{5} \text{ см}$.

35. Опытный курьер развозит 60 заказов на 3 дня быстрее, чем стажер. Найдите, за сколько дней стажер развезет 90 заказов, если при совместной работе они за 1 день развезут 30 заказов.

36. Мастер изготавливает 120 деталей на 6 ч быстрее, чем практикант. Найдите, за какое время практикант изготовит 50 деталей, если при совместной работе они за 1 ч изготавливают 30 деталей.

37. Упростите выражение $\left(\frac{4\sqrt{b}}{b-1} - \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-1} \right) : \frac{\sqrt{b}-1}{b+\sqrt{b}}$.

38. Упростите выражение $\left(\frac{8\sqrt{a}}{a-4} + \frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} \right) : \frac{\sqrt{a}+2}{2\sqrt{a}-a}$.

39. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 3x + c = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 - 3x_2 = 16$. Найдите корни уравнения и значение c .

40. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 4x + c = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 + 3x_2 = 5$. Найдите корни уравнения и значение c .

41. Решите уравнение $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 4) = -9$.

42. Решите уравнение $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4) = -9$.

43. Решите двойное неравенство $8x - 16 < x^2 \leq 5x - 4$.

44. Решите двойное неравенство $6x - 9 < x^2 \leq 4x - 3$.

45. Найдите значение выражения $\frac{7}{\sqrt{11}-2} + \frac{5}{4+\sqrt{11}}$.

46. Найдите значение выражения $\frac{9}{\sqrt{13}-2} + \frac{12}{5+\sqrt{13}}$.

47. Точка K лежит на стороне BC треугольника ABC . Известно, что $BK = 9 \text{ см}$, $KC = 7 \text{ см}$, угол $B = 30^\circ$ угол BAK равен углу C . Найдите площадь треугольника ABK .

48. Точка K лежит на стороне BC треугольника ABC . Известно, что $CK = 4 \text{ см}$, $KB = 5 \text{ см}$, угол $C = 30^\circ$ угол CAK равен углу B . Найдите площадь треугольника ACK .

49. В арифметической прогрессии 10 членов. Сумма членов с четными номерами равна 40, а сумма членов с нечетными номерами равна 15. Найдите разность прогрессии.

50. В арифметической прогрессии 10 членов. Сумма членов с четными номерами равна 30, а сумма членов с нечетными номерами равна 25. Найдите разность прогрессии.

51. Найдите значение выражения $\sqrt{(13 - 6\sqrt{5})^2} + \sqrt{(14 - 6\sqrt{5})^2}$.

52. Найдите значение выражения $\sqrt{(13 - 5\sqrt{7})^2} + \sqrt{(14 - 5\sqrt{7})^2}$.

53. Решите уравнение $\frac{2x-7}{x^2-9x+14} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x^2-3x+2}$.

54. Решите уравнение $\frac{3}{x^2-9x+18} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x-7}{x^2-5x-6}$.

55. Определите число решений системы уравнений $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1,5 \\ 3x - 3y = -9. \end{cases}$

56. Определите число решений системы уравнений $\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{y}{8} = 0,25, \\ 4x - 4y = -8. \end{cases}$

57. Площадь прямоугольного участка для планируемой детской площадки должна быть не меньше 39 м^2 и не больше 144 м^2 . Какими могут быть размеры участка, если согласно проектной документации его длина должна быть на 10 м больше ширины?

58. Площадь прямоугольного участка для планируемой детской площадки должна быть не меньше 48 м^2 и не больше 128 м^2 . Какими могут быть размеры участка, если согласно проектной документации его длина должна быть на 8 м больше ширины?

59. Известно, что $1 < a < 4$, $2 < b < 7$. Оцените значение выражения $3a - \frac{2}{b}$.

60. Известно, что $2 < a < 5$, $3 < b < 8$. Оцените значение выражения $2a - \frac{3}{b}$.

61. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 7 и в остатке 6. Если это же двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3 и в остатке 11. Найдите это двузначное число.

62. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если это же двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3 и в остатке 5. Найдите это двузначное число.

63. $ABCD$ — трапеция с основаниями BC и AD , O — точка пересечения ее диагоналей. Докажите, что треугольники AOB и DOC равновелики.

64. Трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD , прямая CK параллельна диагонали BD , где K принадлежит AD . Докажите, что треугольник ACK и трапеция $ABCD$ равновелики.

65. Точки M и N лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно. Известно, что $AC = 16$, $CN = 9$, $BC \cdot CM = 144$. Докажите, что $MN \parallel AB$.

66. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O . Известно, что $BO = 15$, $CO = 12$, $AO \cdot DO = 180$. Докажите, что $AB \parallel CD$.

67. Один рабочий может выполнить производственное задание на 3 ч быстрее, чем другой. Если первый рабочий будет работать 4 ч, а потом его сменит второй, то последнему нужно будет работать 3 ч, чтобы закончить задание. За сколько часов может выполнить все задание первый рабочий, если будет работать один?

68. Одному рабочему для выполнения производственного задания необходимо на 4 ч больше, чем другому. Если первый рабочий будет работать 3 ч, а потом его сменит второй, то последнему нужно будет работать 6 ч, чтобы закончить задание. За сколько часов может выполнить все задание второй рабочий, если будет работать один?

69. Упростите выражение $\frac{a^2 + a\sqrt{2}}{a^2 + 2} \cdot \left(\frac{a}{a - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{a + \sqrt{2}} \right)$.

70. Упростите выражение $\left(\frac{a}{a - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{a + \sqrt{3}} \right) : \frac{a^2 + 3}{a^2 - a\sqrt{3}}$.

71. Сумма внутренних углов правильного многоугольника $A_1A_2...A_n$ в 3 раза больше суммы его внешних углов, взятых по одному при каждой вершине. Найдите площадь треугольника $A_1A_2A_n$, если сторона многоугольника равна 10.

72. Сумма внутренних углов правильного многоугольника $A_1A_2...A_n$ в 3 раза больше суммы его внешних углов, взятых по одному при каждой вершине. Найдите площадь треугольника $A_1A_2A_n$, если сторона многоугольника равна 12.

73. Найдите значение выражения $(1 + \sqrt{28})^2 + \sqrt{(4\sqrt{7} - 11)^2}$.

74. Найдите значение выражения $(1 + \sqrt{45})^2 + \sqrt{(6\sqrt{5} - 14)^2}$.

75. Автомобиль, проехав 550 км по трассе, израсходовал на 31 л топлива больше, чем на 130 км пробега по городу. Известно, что на каждые 100 км пробега по городу автомобилю требуется на 2 л топлива больше, чем на каждые 100 км пробега по трассе. Найдите, сколько литров топлива автомобиль израсходовал на трассе.

76. Автомобиль проехал 380 км по трассе и 120 км по городу, израсходовав при этом 52,4 л топлива. Известно, что на каждые 100 км пробега по трассе автомобилю требуется на 2 л топлива меньше, чем на каждые 100 км пробега по городу. Найдите, сколько литров топлива автомобиль израсходовал на трассе.

77. Дан параллелограмм $ABCD$. Биссектрисы его углов A и D пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Найдите площадь параллелограмма, если $AK = 8$ см, $DK = 6$ см.

78. Дан параллелограмм $ABCD$. Биссектрисы его углов A и D пересекаются в точке M , лежащей на стороне BC . Найдите площадь параллелограмма, если $AM = 7$ см, $DM = 4$ см.

79. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 13x - 15 = 0$. Найдите значение выражения $\frac{x_1^2 + x_2^2}{4x_1x_2}$.

80. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 18x - 14 = 0$. Найдите значение выражения $\frac{3x_1x_2}{x_1^2 + x_2^2}$.